

Pengantar Komputasi Numerik dengan Euler Math Toolbox

Saifuddin Arief

Saifuddin.Arief@rocketmail.com

Lisensi Dokumen:

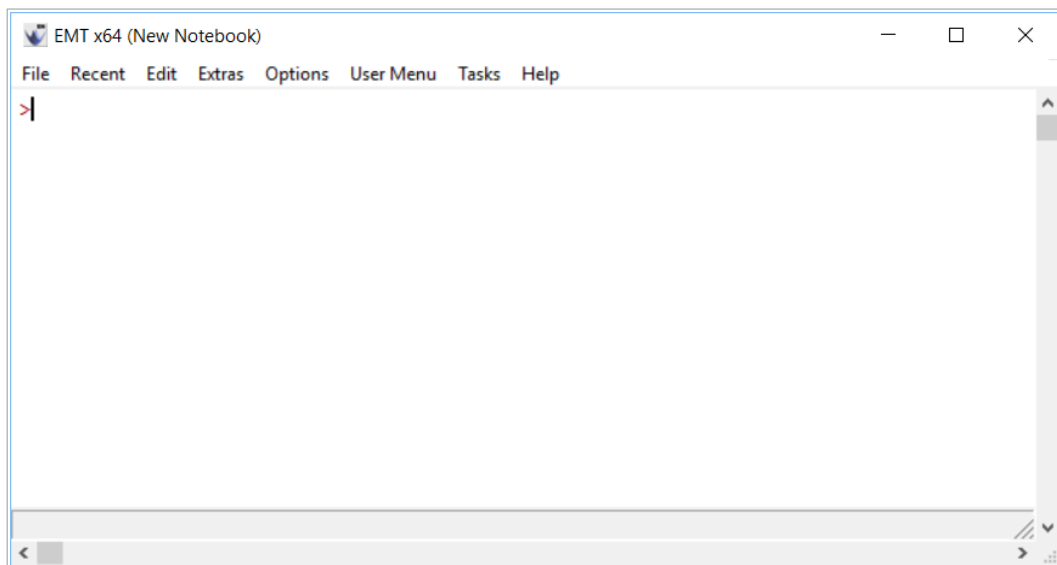
Copyright © 2003-2018 IlmuKomputer.Com

Seluruh dokumen di IlmuKomputer.Com dapat digunakan, dimodifikasi dan disebarkan secara bebas untuk tujuan bukan komersial (nonprofit), dengan syarat tidak menghapus atau merubah atribut penulis dan pernyataan copyright yang disertakan dalam setiap dokumen. Tidak diperbolehkan melakukan penulisan ulang, kecuali mendapatkan ijin terlebih dahulu dari IlmuKomputer.Com.

Euler merupakan perangkat lunak yang dikembangkan oleh Rene Grothmann, seorang professor matematika pada Universitas Eichstätt, Jerman, untuk komputasi numerik serta visualisasi data. Euler bersifat *freeware* dan tersedia untuk sistem operasi Windows. Alamat situs Euler adalah <http://euler.rene-grothmann.de/>.

Interaksi dengan Euler

Setelah Euler dijalankan maka pada layar komputer akan muncul jendela Euler seperti yang terlihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Euler

Simbol `>` yang terdapat pada jendela Euler merupakan tanda bahwa Euler siap untuk menerima suatu perintah. Sebagai contoh, untuk melakukan perhitungan $1.23 + 4.56$ maka ekspresi matematika tersebut diketikkan setelah simbol `>` kemudian ditekan tombol `enter` untuk menjalankan perintahnya. Hasil perhitungannya ditampilkan pada baris berikutnya.

```
>1.23 + 4.56  
5.79
```

Tanda `>` yang muncul kembali menunjukkan bahwa Euler siap untuk menerima suatu perintah yang lain.

Untuk keluar dari program Euler dapat dilakukan dengan menggunakan perintah `quit`, melalui menu `File - Exit` atau dengan menekan tombol `×` yang terletak pada bagian kanan atas dari jendela Euler.

Variabel dan Ekspresi

Variabel adalah sebuah nama yang digunakan untuk menyimpan nilai suatu obyek. Penyimpanan suatu nilai ke dalam suatu variabel dilakukan dengan statemen sebagai berikut:

```
x = ekspresi
```

dimana `x` adalah nama variabel. Dalam penggunaan variabel, huruf kecil dan huruf besar adalah berbeda. Nilai dari suatu ekspresi akan ditampilkan pada baris berikutnya, kecuali jika ditambahkan tanda titik koma (`;`) pada akhir ekspresinya.

Di dalam Euler terdapat beberapa variabel khusus yang menyatakan suatu konstanta matematika, antara lain `pi` untuk $\pi = 3.14159265359$, `I` untuk $i = \sqrt{-1}$, serta `E` untuk $e = 2.71828182846$.

Untuk memperjelas perintah-perintah yang dibuat, dapat ditambahkan suatu baris komentar. Baris komentar dapat ditulis sebagai suatu baris tersendiri atau ditulis di belakang suatu statemen. Kumpulan karakter yang terletak setelah tanda `//` akan dianggap sebagai baris komentar.

```
>luas = 12.5*8  
100  
  
>r = 10;  
  
>A = pi*r^2 // luas lingkaran  
314.159265359
```

Operator-operator dan Fungsi-fungsi Matematika

Operator untuk perhitungan aritmatika yaitu `+`, `-`, `*`, `/` dan `^`. Simbol tersebut masing-masing melambangkan operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian serta pemangkatan. Di dalam Euler juga telah terpasang fungsi-fungsi matematika, seperti `sqrt`, `abs`, `exp`, `sin`, `cos`, `tan` dan lain sebagainya.

```
>(1 + sqrt(5))/2  
1.61803398875  
  
>TB = 310.9*(log(4.506e6) + (1 - 1.434)*log(1/5528))/log(4.506e6)  
386.794619503
```

Bilangan Kompleks

Bilangan kompleks $z = x + iy$ dinyatakan dengan notasi $z = x + yI$ dimana I adalah variabel khusus yang merepresentasikan konstanta $\sqrt{-1}$. Operasi aritmatika terhadap bilangan kompleks dapat dilakukan dengan menggunakan notasi yang sama dengan notasi pada bilangan real.

```
>z1 = 6 - 8I  
6-8i
```

```
>z2 = 3 + I  
3+1i
```

```
>z1 + z2  
9-7i
```

```
>z1 - z2  
3-9i
```

```
>z1*z2  
26-18i
```

```
>z2/z1  
0.1+0.3i
```

Matrik dan Vektor

Pada dasarnya semua data numerik di dalam Euler dianggap sebagai suatu matrik. Vektor dan skalar merupakan bentuk khusus dari suatu matrik. Vektor adalah suatu matrik yang hanya mempunyai satu baris atau satu kolom saja, sementara itu skalar adalah suatu matrik yang hanya terdiri dari satu elemen saja.

Pembuatan matrik dan vektor dilakukan dengan menggunakan operator kurung siku ([]). Elemen yang lainnya yang terletak pada satu baris dipisahkan dengan tanda koma (,). Antara baris yang satu dengan yang lainnya dipisahkan dengan tanda titik koma (;).

```
>X = [1,2,3; 4,5,6; 7,8,9];
```

```
>v = [1,2,3,4,5];           // vektor baris
```

```
>w = [3;5;2]               // vektor kolom  
      3  
      5  
      2
```

Suatu vektor baris dimana nilai elemen-elemennya berubah secara konstan dari suatu nilai awal sampai nilai akhir tertentu dapat dibuat dengan sintak $i:j:k$. Apabila nilai j sama satu maka notasi tersebut dapat ditulis dengan notasi yang lebih singkat yaitu $i:k$.

```
>i = 1:10  
[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]
```

```
>n = 0:0.25:1  
[0, 0.25, 0.5, 0.75, 1]
```

Euler juga menyediakan sejumlah fungsi yang dapat digunakan untuk membuat matrik-matrik khusus, seperti yang diilustrasikan pada contoh-contoh di bawah ini.

```
>A = zeros(3,4)           // matrik nol
    0           0           0           0
    0           0           0           0
    0           0           0           0

>B = ones(2,5)           // matrik satuan
    1           1           1           1           1
    1           1           1           1           1

>Y = eye(3)              // matrik identitas
    1           0           0
    0           1           0
    0           0           1
```

Operasi Berbasis Vektor

Di dalam Euler, secara umum operasi-operasi matematika terhadap obyek matrik dan vektor dapat dilakukan dengan mudah tanpa harus menggunakan suatu perulangan, sebagaimana yang diilustrasikan pada contoh-contoh di bawah ini.

```
>x = 0:pi/4:pi;
>cos(x)
[1, 0.707107, 0, -0.707107, -1]
>u = [1,2,3];
>y = exp(u)
[2.71828, 7.38906, 20.0855]
>z = log(y)
[1, 2, 3]
```

Operator +, -, *, dan / apabila diterapkan terhadap suatu matrik matrik maka operasinya akan dilakukan secara elemen dengan elemen. Operasi perkalian matrik yang mengikuti aturan aljabar linier dapat dilakukan dengan operator titik (.). Pada operasi tersebut argumen-argumennya harus mempunyai dimensi yang kompatibel, jika dimensinya tidak kompatibel maka operasinya tidak dapat dieksekusi dan akan muncul suatu pesan kesalahan.

```
>x = [1,2; 3,4];
>y = [5,6; 7,8];
>x + y
    6           8
    10          12
>y - x
    4           4
    4           4
>x*y
    5           12
    21          32
>y/x
    5           3
    2.33333     2
```

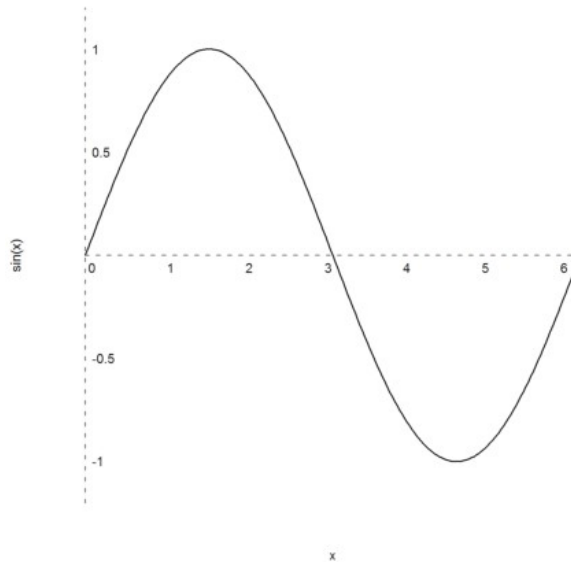
```
>x.y
```

```
19      22  
43      50
```

Visualisasi Data

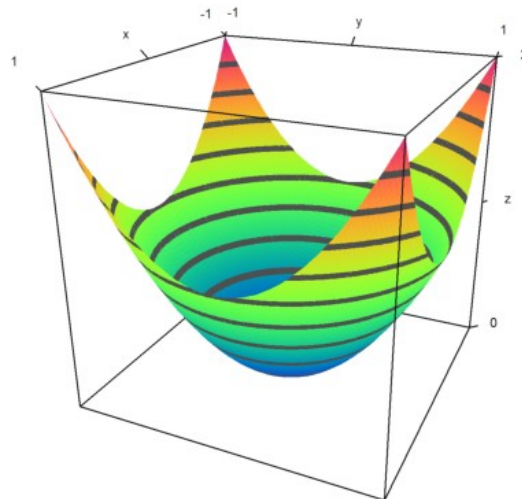
Euler dapat digunakan untuk melakukan visualisasi data, baik secara dua dimensi maupun tiga dimensi. Untuk membuat grafik dua dimensi dapat digunakan perintah `plot2d`, kemudian untuk grafik tiga dimensi dapat digunakan perintah `plot3d`.

```
>plot2d("sin(x)",0,2pi,-1.2,1.2,grid=3,xl="x",yl="sin(x)"):
```



Gambar 2. Contoh penggunaan fungsi `plot2d`

```
>plot3d("x^2+y^2",>spectral,>contour,n=100):
```



Gambar 3. Contoh penggunaan fungsi `plot3d`

Perulangan dan Kondisional

Euler menyediakan kontrol pemrograman yang dapat digunakan untuk mengatur jalannya eksekusi suatu program dengan menggunakan statemen perulangan `for`, `repeat` dan kondisional `if-elseif-else`. Ilustrasi penggunaan statemen perulangan dan kondisional diberikan pada contoh-contoh di bawah ini.

```
>H = zeros(4,4);  
  
>for i=1:4; for j=1:4; H[i,j] = 1/(i+j-1); end; end;  
  
>H  
      1      0.5      0.333333      0.25  
      0.5      0.333333      0.25      0.2  
0.333333      0.25      0.2      0.166667  
      0.25      0.2  
  
>a = 12.34; x = a/2; tol = 1e-6;  
  
>repeat; x = (x + a/x)/2; until abs(a - x^2) < tol; end;  
  
>x  
3.51283362132  
  
>function n(kode) ...  
$if kode == "A" then n = 4;  
$elseif kode == "B" then n = 3;  
$elseif kode == "C" then n = 2;  
$elseif kode == "D" then n = 1;  
$else n = 0;  
$endif;  
$return n;  
$endfunction  
  
>n("C")  
2
```

Skrip

Skrip adalah sebuah file teks yang di dalamnya terdapat perintah-perintah Euler. Apabila suatu skrip dijalankan maka perintah-perintah yang terdapat di dalamnya akan dieksekusi seolah-olah kita mengetikkannya pada jendela perintah. Sebuah file skrip dapat dibuat melalui internal editor yang disediakan oleh Euler atau menggunakan suatu program teks editor eksternal, seperti Notepad. Gambar 4 adalah contoh sebuah skrip (`fibonacci.e`) untuk perhitungan 10 suku pertama dari deret Fibonacci.

Sebuah file skrip dapat dieksekusi atau dijalankan dengan statemen `load fskrip` dimana argumen `fskrip` adalah nama file skrip dan direktorinya.

```
>load "G:\MetNum\Fibo.e"  
10 suku pertama dari Deret Fibonacc  
[1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89]
```

```

* fibo.e [G:\MetNum] - Notepad2-mod
File Edit View Settings ?
1 // Deret Fibonacci
2 n = 10;
3 f = ones(1,n);
4 f[1] = 1;
5 f[2] = 2;
6 for k = 3:n; f[k] = f[k-1] + f[k-2]; end;
7 "10 suku pertama dari Deret Fibonacci"
8 f
9 |
Ln 9 / 9 Col 1 Sel 0 Sel Ln 0 153 bytes ANSI CR+LF INS Default Text
    
```

Gambar 4.

Komputasi Numerik

Di dalam Euler, berbagai macam persoalan komputasi numerik dapat diselesaikan dengan mudah, seperti yang ditunjukkan pada contoh-contoh di bawah ini.

Sistem persamaan linear $Ax = b$ dapat diselesaikan dengan mudah menggunakan operator pembagian kiri (\backslash). Notasi $A \backslash b$ adalah ekuivalen dengan $\text{inv}(A) \cdot b$.

```

>A = [1,2,1,4; 2,0,4,3; 4,2,2,1; -3,1,3,2]
      1         2         1         4
      2         0         4         3
      4         2         2         1
     -3         1         3         2
    
```

```
>b = [13; 28; 20; 6];
```

```

>x = A\b
      3
     -1
      4
      2
    
```

Nilai determinan dan inverse dari matrik A dapat dihitung dengan menggunakan fungsi $\text{det}(A)$ dan $\text{inv}(A)$.

```

>det(A)
    -180
    
```

```

>inv(A)
      0      0.0833333      0.0833333     -0.166667
    0.0666667     -0.344444      0.322222      0.222222
     -0.2      0.116667      0.116667      0.166667
    0.266667      0.122222     -0.211111     -0.111111
    
```

```

>inv(A).b
      3
     -1
      4
      2
    
```

Penyelesaian suatu persamaan nonlinier $f(x) = 0$ dapat dilakukan dengan fungsi `solve`, seperti yang ditunjukkan pada contoh di bawah ini.

```
>function y(x) := x - exp(-x)
>x0 = solve("y",0,1)
0.56714329041
```

Diperoleh bahwa akar dari $f(x) = x - \exp(-x) = 0$, adalah $x = 0.5671$.

Terdapat banyak persamaan integral tertentu yang sulit atau bahkan tidak dapat diselesaikan secara analitis, salah satunya adalah seperti yang terdapat pada contoh berikut ini.

$$Q = \int_0^5 \frac{\sin(3x)}{\sqrt{x^2 + x + 1}} dx$$

Di dalam Euler, nilai suatu integral tertentu dapat dihitung dengan menggunakan fungsi `quad`. Misalkan $h(x)$ adalah fungsi yang diintegrasikan pada persamaan di atas:

```
>function h(x) := sin(3*x)/sqrt(x^2 + x + 1);
```

Selanjutnya, nilai integral dapat dihitung dengan perintah sebagai berikut.

```
>integrate("h",0,5)
0.364872811278
```

Jawaban yang diperoleh yaitu $Q = 0.36487$.

Daftar Pustaka

Grothmann, R. 2017. Euler Math Toolbox: An Introduction.